

ものづくりに役立つ実験計画法 ～ 交互作用の活用を中心として ～

名古屋工業大学
仁科 健

1. はじめに

品質管理活動を端的に表現する一つに“品質管理はばらつき退治”がある。企画段階においても、設計開発段階においても、また製造段階においても、ばらつきの評価、その要因解析、減少へのアクションが品質管理の基本であることは言うまでもない。しかし、そのばらつきを誤差によるものだとみなした段階で品質管理は改善行為から維持行為へ管理行為を移すことになる。維持行為自体は重要な管理行為であるが、さらなる改善要求に応えなくてはならない状況もある。

実験計画法の講義で、例えば二元配置の分散分析で“交互作用の平方和を残差平方和にプールする”ということ教える。しかし、逆に“残差平方和から交互作用効果を抽出する”ということにはあまり触れないのではないか。

ばらつきを減少させる考え方はいくつかあるが、その中でも交互作用からのアプローチは有用である。とはいえ、交互作用を検出するための実験計画、交互作用の解析および解釈は通り一遍ではうまくいかない場合が多い。田口メソッドにおける外側直交表あるいは解析特性としてのSN比も交互作用を解析するための手法である。“交互作用を制する者は実験計画法を制する”という表現もそれほど誇張した表現ではないように思える。

本稿では、交互作用の基本的な解説および講義方法に始まり、ばらつき減らしに対する交互作用からのアプローチとその事例を紹介したい。なお、本稿では主に特性値が計量値の場合を扱う。計数値の場合は例えば広津[1]が参考になる。

2. 交互作用とは

品質管理の教育を受けた方にとって交互作用と言え、馴染みがあるのは二元配置実験における実験計画モデル

$$E(y_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} \quad (2.1)$$

因子Aの第*i*水準の効果を α_i ($i=1, \dots, a$)、因子Bの第*j*水準の効果を β_j ($j=1, \dots, b$)、

因子AとBの2因子交互作用で第*i*水準と第*j*水準の効果を $(\alpha\beta)_{ij}$ 、

実験条件(*i, j*)の特性値を y_{ij} とする。

の右辺第4項であらう。

もし(2.1)式右辺第4項が無視できるのであれば、特性値 y_{ij} の期待値は因子Aの効果と因子Bの効果の足し算となる。このようなとき“因子Aと因子Bに加法性が成り立つ”という。すなわち、図1(因子A, Bともに2水準)の実線に示すように“因子A(因子B)の効果は因子B(因子A)の水準によって再現性がある”。因子Bが第1水準の時(B1)と第2水準の時(B2)の直線が平行である。

一方、図1の破線で示すように二つの直線が平行でないとき“因子A(因子B)の効果は因子B(因子A)の水準によって再現性がない”。このとき因子Aと因子Bには交互作用A×Bがあるという。

無視できない交互作用の存在の有無と同時に交互作用のパターンが問題となる。図2-aと図2-bはどちらもA×Bの2因子交互作用を表す。図2-aでは、因子Aが水準1と水準2の間をばらついたとす

るならば、因子 B が B1 水準の場合と B2 水準の場合では特性値 y のばらつきが大きく異なる。一方、図 2-b では同様の状況下で因子 B がどちらの水準であっても特性値のばらつきには大きな違いはない。ただし 2 水準の実験では B1 水準と B2 水準の中間の情報がない。

図 1 および図 2 は両因子ともに 2 水準の場合である。したがって、交互作用の有無は 1 次効果の再現性の有無である。因子の水準が 3 水準であれば 2 次効果の再現性を交互作用のパターンとして想定することができる。

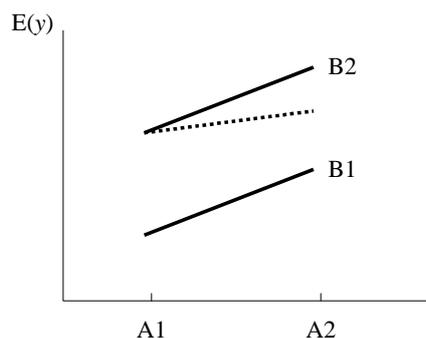


図 1 加法性と交互作用

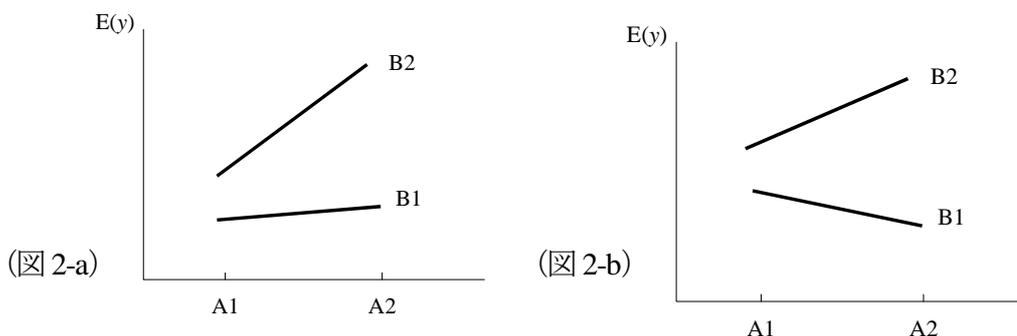


図 2 交互作用のパターン

3. 交互作用効果の計量と表現

3.1 平方和として計量

表 1 は繰り返しがある二元配置実験のデータである。もし因子 A と因子 B に加法性が成立すると仮定するならば平方和の分解は

$$S_T = S_A + S_B + S_e$$

S_T : 特性値 y の平方和, S_A : 因子 A の平方和, S_B : 因子 B の平方和, S_e : 残差平方和となる。因子の効果に足し算が成立するのであるから、因子 A と因子 B の平方和はそれぞれ個別に解析してよい。すなわち、因子 A の平方和は表 1 のデータを因子 A の一元配置実験（繰り返し 6）として平方和を算出する。因子 B の平方和も同様である。一方、加法性が成立しないとするならば、因子 A と因子 B の水準の組み合わせた仮想的因子（因子 AB とする）による一元配置実験（表 2）のデータの平方和を分解することになる。すなわち、

$$S_T = S_{AB} + S_e$$

である。もちろん因子 AB の平方和は因子 A と因子 B の平方和を含んでいる。加法性が成立するならば

$$S_{AB} \cong S_A + S_B$$

となるはずである。したがって、非加法性の度合いは

$$S_{AB} - S_A - S_B \quad (3.1)$$

を計算することによって計量できる。(3.1)式が交互作用 A×B による平方和 $S_{A \times B}$ である。(3.1)式は馴染みのある式である。

表1 二元配置の例題

		B		
		B1	B2	B3
A	A1	4	-1	4
	A2	5	2	6
		-1	0	3
		-2	-1	5

表2 二元配置の例題 (表1の書き替え)

A1B1	A1B2	A1B3	A2B1	A2B2	A2B3
4	-1	4	-1	0	3
5	2	6	-2	-1	5

3.2 多項式モデルとの対応

多項式モデルによって交互作用をモデル化することもできる。最もシンプルな重回帰モデルは

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (3.2)$$

である。(3.2)式において x_1 を因子 A, x_2 を因子 B としたならば, β_1 と β_2 はそれぞれ因子 A の効果, 因子 B の効果を表す。§2 で A×B の交互作用を“因子 A (因子 B) の効果が因子 B (因子 A) の水準によって再現性がない”ことと定義した。ここで,

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon \quad (3.3)$$

のモデルを想定したならば, (3.3)式は

$$y = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_{12} x_2) x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$$

であるので“ x_1 (因子 A) の効果は x_2 (因子 B) の大きさによって再現しない”という A×B の交互作用を表現できる。

しかし, ここで注意すべきは(3.3)式における1次×1次の積の項による交互作用効果の表現は, 交互作用の一つのパターンを表したものに過ぎないということである。積の項を表現するパラメータは β_{12} のみである。すなわち交互作用に関する自由度は1である。因子の水準が2である時を除いて交互作用の平方和の自由度は2以上である。

例えば, 因子 A が2水準, 因子 B が3水準であればそれらの交互作用の自由度は2である。このとき

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{122} x_1 x_2^2 + \varepsilon \quad (3.4)$$

の多項式モデルが対応する。(3.4)式右辺第5項と第6項が交互作用を表現している。それらは二つのパラメータによって表現されているので自由度は2である。

L_{27} 直交配列表を考えてみよう。 L_{27} 直交配列表では2因子交互作用は2列に割り付けられる。一つの列の自由度は2が割り付けられているので2因子交互作用の自由度は4となる。このとき交互作用は多項式モデルの

$$\beta_{12}x_1x_2 + \beta_{122}x_1x_2^2 + \beta_{112}x_1^2x_2 + \beta_{1122}x_1^2x_2^2 \quad (3.5)$$

に対応する。確かにパラメータ数は4であり、自由度4のモデルである。

しかし、交互作用を(3.5)式に示した高次項まで含めて解釈する必要があるのかということ、実用的には“否”ではないであろうか。とするならば、交互作用を割り付けた L_{27} 直交配列表は随分効率の悪い実験計画とも言える。

3.3 みかけの交互作用

その昔 QC ベーシックコースで交互作用を平易に解説する例として“チャンポン効果”を教わった記憶がある。図3-aがそれである。日本酒とウィスキーをチャンポンで飲んだとしよう。図3-aは日本酒を3合とウィスキーを3杯飲んだとき、いわゆる“チャンポン効果”で酔いが急にまわるということを示している。これは身近な例を使った交互作用（効果の再現性の無さ）の説明としてはよい例である。

しかし、よくよく考えてみるならば（そのときのフィジカルコンディションにも依るが）、酔いの程度は血中アルコール濃度による説明力が大きい（図3-b）。したがって、チャンポン効果は交互作用としてモデル化するよりも、アルコール濃度を因子としたモデルのほうがより科学的であり、かつモデルもシンプルになる。因子の選択によっては本質的でない交互作用をモデル化することになってしまうことに留意すべきである。

割合を特性値とするような場合も注意したい。割合 p は $0 \leq p \leq 1$ であり、値が飽和する。特性値が割合の二元配置実験を考えてみよう。特性値に割合をそのまま用いると、図4に示すようにあたかも $A \times B$ の交互作用があるように見える。この現象は特性値が飽和することから生じる。

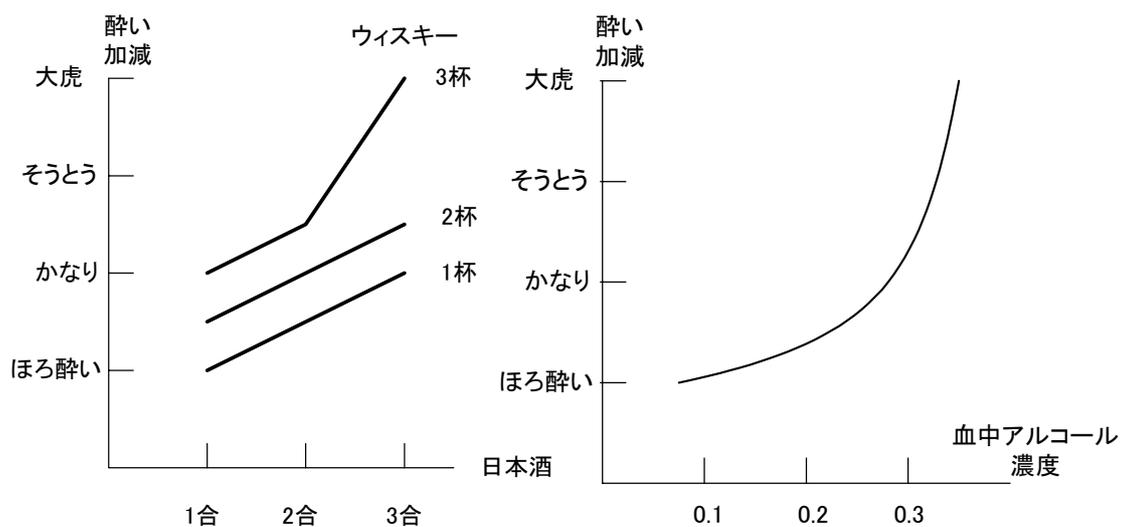


図3-a チャンポン効果のモデル a

図3-b チャンポン効果のモデル b

割合のモデル化には“足し算引き算”は馴染まない．“かけ算わり算”が馴染む．“かけ算わり算”を“足し算引き算”のモデルに変換するには対数変換を行う．(3.6)式のロジットモデル

$$\log\left\{\frac{p_{ij}}{1-p_{ij}}\right\} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} \quad (3.6)$$

が適している．ロジットモデルを用いることによって図 4 のようなみかけの交互作用を防ぐことができる．

4. 交互作用を利用したばらつき減らし

ばらつきを減少させるためのアクションは次の 4 つある．

- ① 結果を層別する方法（全数検査に相当）
- ② 原因のばらつきを抑える方法（製造段階での改善によくみられる）
- ③ 原因を層別する方法（標示因子による層別）
- ④ 原因のばらつきが結果に効かないようにする（いわゆるロバスト設計）

このうちアクション③と④は交互作用を利用したものである．

再び図 2 に戻る．図 2-a に示したように、ある因子 B の水準によって因子 A の効果に再現性がなくなるということは、もし因子 A が水準 1 と水準 2 の間をばらついたとするならば、因子 B が第 1 水準の場合と第 2 水準の場合では特性値 y のばらつきが大きく異なる．

これを利用したのがアクション④のロバスト設計である．これには二つのポイントがある．一つは変量因子の母数化である．この場合、因子 A として環境因子のような外乱（例えば外気温）を想定することになる．環境因子は市場（いわゆるフィールド）での状況であるので制御不可能な因子である．環境因子による特性値の変動を実験室での実験誤差として評価することはできない．環境因子を実験室での実験因子として積極的に持ち込むためには変量因子の母数化が必要である．母数化することによって交互作用のパターンを読み取ることも可能となる．田口メソッドにおける解析特性である SN 比は制御因子×環境因子（田口メソッドでは誤差因子）の交互作用の解析を意図したものである．また、変量因子を母数化して積極的に実験因子として取り上げる田口メソッドのアプローチは、市場を実験室に持ち込んだ仮想フィールド実験と考えてよい．ブロック因子の導入などを提案した Fisher の三原則がフィールド実験を想定したものである点との対照は興味深い．

もう一つのポイントは交互作用の存在が必ずしもばらつき減らしにはつながらないことである．前述したように、図 2-a と図 2-b では両者とも $A \times B$ の交互作用が存在するものの、図 2-a に示した結果では B2 水準と B1 水準における特性値のばらつきに違いがある．図 2-b では違いがない．図 2-b の結果はばらつき最小化へのアクションにつながらない．もし因子 B が計量因子であるならば、3 水準の実験計画にすべきであった．質的因子であるならば因子 B はばらつき減らしには寄与しない因子ということになる．因子 A と交互作用がある別の因子を探してこなければいけない．実は解析特性としての SN 比は交互作用のパターンのなかで、ばらつき減らしに貢献する交互作用パターンを計量する統計量となっている（宮川[2]）．

アクション③は主に制御因子×標示因子の交互作用の解析から導かれる．標示因子は上記の誤差因子との区別が難しい．しかし、圓川、宮川[3]による次の解説は巧みだ．

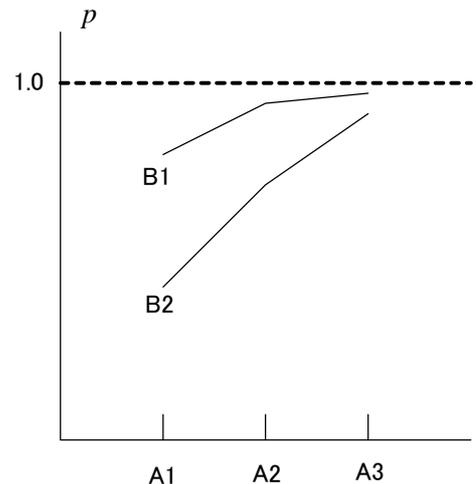


図 4 飽和特性の場合のパターン

“相手によって手を替えることが許されれば標示因子，許されなければ誤差因子”

“手を替える”とは制御因子の条件を替えることを意味する。

図3は鋼材の焼き入れ温度の条件出しを検討した実験結果（特性値はひずみ量）である。因子Aは焼き入れ温度，因子Bは鋼材メーカ（質的因子）である。なお鋼材は複社発注されている。ここでのポイントは既に複数の鋼材メーカに発注している点である。もし鋼材メーカによって焼き入れ温度の最適条件が異なるならば，今ラインに流れている鋼材の仕入れ先がどのメーカかによって焼き入れ温度の条件を替える。”相手によって手を替える”アクションをとる。

ひずみ量は小さい方がよい。図3からB1社の場合は900℃，B2社とB3社の場合は920℃が最適条件となる。

この例題にはもう一つポイントがある。標示因子の条件の分類である。上記のように鋼材メーカは焼き入れ温度が低めがよいB1社と高めがよいB2社，B3社に分類される。いくら“相手によって手を替えることができる”といっても温度設定の変更はできるだけ行いたくない。そこで鋼材メーカの分類分けが必要となる。

もっとも，この問題では鋼材メーカによって鋼材の組成がばらついていることが根本的な原因である。組成のばらつきと焼き入れ時のひずみ量の関係を突き止めることが次の問題となる。

標示因子は必ずしも質的因子でなくてもよい。量的因子であってもそれを質的化変換すればよい。ただし，この場合，元々量的な因子であるので質的変換後のカテゴリーには自然な順序がある。したがって，分類の時，順序カテゴリーであることに注意が必要である。

制御因子×標示因子の交互作用解析から標示因子の水準の分類する解析例は市場調査でもよく使われる。マーケットセグメンテーションは商品パラメータを制御因子，消費者のデモグラフィック特性やサイコグラフィック特性などを標示因子とした交互作用解析が重要である。カスタマイズは製品パラメータ×個人の交互作用解析とも言える。このケースも“相手によって手を替える”アクションの典型である。

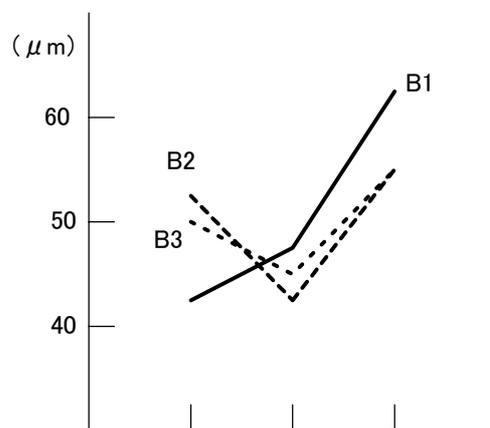


図5 制御因子×標示因子の例
(鋼材の焼き入れ温度の条件出し)

5. 交互作用解析とその応用例

5.1 応答パターンの解析

図6はSemantic Differential法(SD法)データの一部である。16種類のタイヤホイールを対象として評価用語対“おおらかなー繊細な”を7段階評価したデータ(仁科他[4])である。被験者は38名である。38名のなかから応答パターンから異常な被験者を抽出したい。

図6による判断だけからも異常な応答パターンをもつ被験者を見いだせなくもない。しかし，被験者が多くてはそれも難しい。また，もう少し客観的な判断もしたい。ここで，抽出したいのは異常な応答パターンをもつ被験者であり，異常にずれた応答(バイアス)をもつ被験者ではないことに注意したい。

被験者*i*の対象*j*への応答を y_{ij} としよう。応答 y_{ij} から対象*j*の効果 $\bar{y}_{.j}$ と被験者*i*のバイアス \bar{y}_i を削除する。削除した値を中心化するために $\bar{y}_{.j}$ を加え， z_{ij} をえる。

$$z_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_i - \bar{y}_j + \bar{y}_{..} \quad (5.1) \quad \text{ここで, } \bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{16} y_{ij}}{16}, \quad \bar{y}_j = \frac{\sum_{i=1}^{38} y_{ij}}{38}, \quad \bar{y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^{38} \sum_{j=1}^{16} y_{ij}}{38 \times 16} .$$

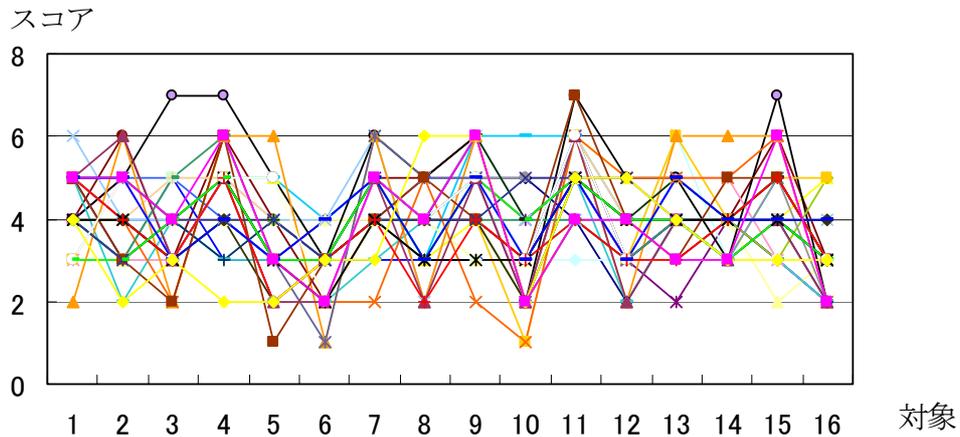
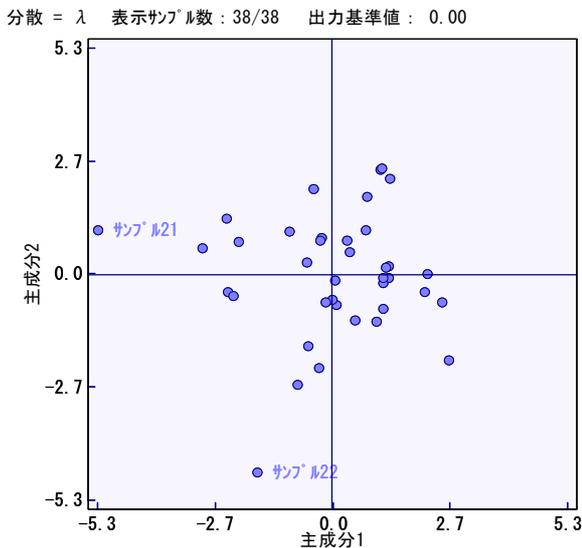


図6 SD法データの応答の個人差

(5.1)式の z_{ij} はまさに被験者×対象の交互作用の (i, j) 要素である. 交互作用要素 z_{ij} が応答パターンの違いを表している. 図6は16変数の多変量データ(いわゆるプロフィールデータ)を図示したものとみなすことができる. 16変数による被験者(個体)の違いをビジュアル化するために, z_{ij} の積和行列を出発行列とした主成分分析を行う.



	第1主成分	第2主成分	第3主成分
固有値	2.71	2.12	1.46
寄与率	21.32	16.70	11.50
累積寄与率	21.32	38.02	49.53

図7 主成分スコアと固有値

図7の固有値の結果から、第1主成分はサンプル#21を、第2主成分はサンプル#22を抽出するための主成分といってもよい。

5.2 ばらつきを生む交互作用効果の解析特性

製品設計および工程設計では実機実験に代わるCAEによるシミュレーション実験が発展し、コンカレントエンジニアリングの実現に大きく寄与している。しかし、その業務プロセスではシミュレーション結果の妥当性に関連した問題があり、その対応にはCAEエンジニアの経験やカン・コツに依存している部分が多い。それがリードタイムの更なる短縮への阻害要因にもなっていることは否定できない。

CAEによる解析業務の効率化には一連の業務プロセスに実験計画法を正しく導入することが必要である。田口メソッドに代表されるように、実験計画法の工業への活用は盛んであることは言うまでもない。しかし、その活用は実機実験が中心である。実験計画法のシミュレーション実験への適用にはいくつかの問題点がある。

本稿ではシミュレーション結果の実機実験への“合わせ込み”について、その効率的な方法として交互作用解析を用いた実験計画について解説したい(Nishina & Yoshino[5], 近藤[6])。

合わせ込みの詳しい解説はここでは割愛する。要はシミュレーション結果を実機実験結果に適合させたいのである。そのためにシミュレーションモデルのパラメータ(例えば材料物性など)を実測値からどのように修正(合わせ込み)すればよいかを検討するのが目的である。

図8は合わせ込みのための実験計画の例である。まず、シミュレーション実験と実機実験との差 z_{ij}

$$z_{ij} = y_{ij} - \bar{x}_j.$$

を計算し、両者の違いを計量する。以下に提案する解析方法を示す。

① 解析特性として内側直交表の各実験条件 i において

$$\log \sum_{j=1}^5 (z_{ij} - \bar{z}_i)^2 \quad (5.2)$$

を計算する。(5.2)式はばらつきに影響する交互作用効果を計量するものである。(5.2)式の値が小さいとシミュレーション結果と実機実験結果のずれが信号因子の水準に対して均一である。(5.2)式の値を解析特性として分散分析を行い、効果が大きい因子について(5.2)式の値が最小となる条件、すなわちずれの大きさが信号因子の水準に対してできるだけ均一になる条件を定める。

② \bar{z}_i を解析特性とし分散分析を行う。 \bar{z}_i は平均的なずれの大きさを示す。分散分析結果から効果が大きい因子について \bar{z}_i を最小にする条件を定める。

上記の方法はタグチメソッドにおける二段階設計法の応用である。①においてシミュレーション実験結果と実機実験結果のずれのばらつきが小さい条件をみつけ、②において平均的なずれを調整する考え方である。

ここで解析特性(5.2)式は§2で述べた交互作用のパターンのうち、ばらつきの大さに影響するパターンのみを計量する特性となっている点に注意していただきたい。図9のような結果であれば、合わせ込み因子Aと信号因子Gとの交互作用があり、信号因子Gに対するずれの均一度はA1が最も小さくなる。

6. おわりに

本稿の冒頭に“交互作用を制するものが実験計画法を制する”と述べたが、あるいは“交互作用を

制するものがばらつきを制する”と言い直したほうがよいかもしれない。とするならば本稿のタイトルから“実験計画法”を外したほうがよかったかもしれない。単に実験計画法における交互作用に留まらず、ばらつき退治のあらゆる場面で交互作用解析の考え方を応用していただきたい。本稿がその一助になるならば幸いである。

最後に今回の講演の機会を与えていただいた(株)日本科学技術研修所数理部部长 片山清志氏に感謝いたします。

								実機実験					
								G1	G2	G3	G4	G5	
								\bar{x}_j					
								信号因子 (G)					
								G1	G2	G3	G4	G5	
合わせ込み因子								y_{ij}					
A	B	...											
1	1	1	1	1	1	1	1						
1	1	2	2	2	2	2	2						
1	1	3	3	3	3	3	3						
1	2	1	1	2	2	3	3						
1	2	2	2	3	3	1	1						
1	2	3	3	1	1	2	2						
例えば L_{18}													
2	3	1	3	2	3	1	2						
2	3	2	1	3	1	2	3						
2	3	3	2	1	2	3	1						

y_{ij} : 内側直交表の第*i*条件, 信号因子第*j*水準におけるシミュレーション結果

図8 合わせ込みのための実験計画例

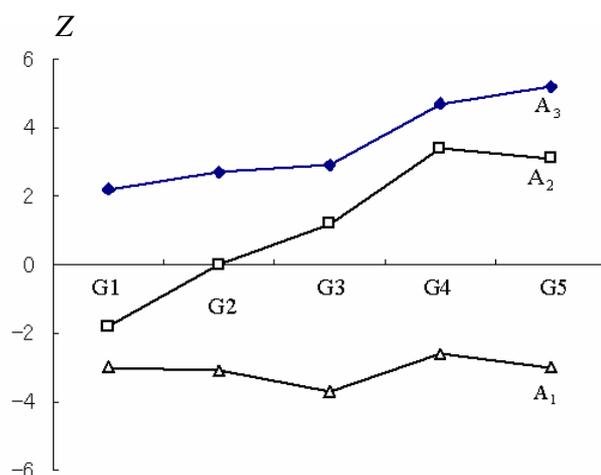


図9 シミュレーションと実機のずれの均一度 (A x G のパターン)

参考文献

- [1] 広津千尋, “離散データのモデル化と解析”, 品質, Vol. 15, No. 3, 16–24, 1985.
- [2] 宮川雅巳, “交互作用解析の指針と実際”, 品質, Vol. 20, No. 3, 16–22, 1990.
- [3] 圓川隆夫, 宮川雅巳, “SQC 理論と実際”, 朝倉書店, 1992.
- [4] 仁科健, 山本太司, 永田雅典, “評価構造の個人差を考慮した Semantic Differential 法データの解析”, 品質, Vol. 32, No. 4, 111–122, 2002.
- [5] Nishina, K., Yoshino, M., “Application of DOE to Computer Aided Engineering”, *International Workshop on The Grammar of Technology Development*, 80–85, 2005.
- [6] 近藤総, “CAE におけるシミュレーションモデルの「合わせ込み」方法の提案”, JSQC シミュレーションと SQC 拡大研究会第 1 分科会資料, 2005.

掲載されている著作物の著作権については，制作した当事者に帰属します．

著作者の許可なく営利・非営利・イントラネットを問わず，本著作物の複製・転用・販売等を禁止します．

所属および役職等は，公開当時のものです．

■公開資料ページ

弊社ウェブページで各種資料をご覧ください <http://www.i-juse.co.jp/statistics/jirei/>

■お問い合わせ先

(株)日科技研 数理事業部 パッケージサポート係 <http://www.i-juse.co.jp/statistics/support/contact.html>