オッズ比と
ロジスティック回帰の考え方

立教大学社会学部
山口和範

Contents

- オッズ(Odds)とは？
- オッズ比(Odds Ratio)
- オッズ比の利用の意味
- ロジスティック回帰

２つの事例から

Cohort Study

	Tumor developed	Tumor not developed	Total
exposed	52	2820	2872
not exposed	6	5043	5049

Case Control Study

	Tumor developed	Tumor not developed
exposed	66	14
not exposed	27	15
Total	93	29

オッズとは？

- Odds

$$\frac{p}{1-p}$$

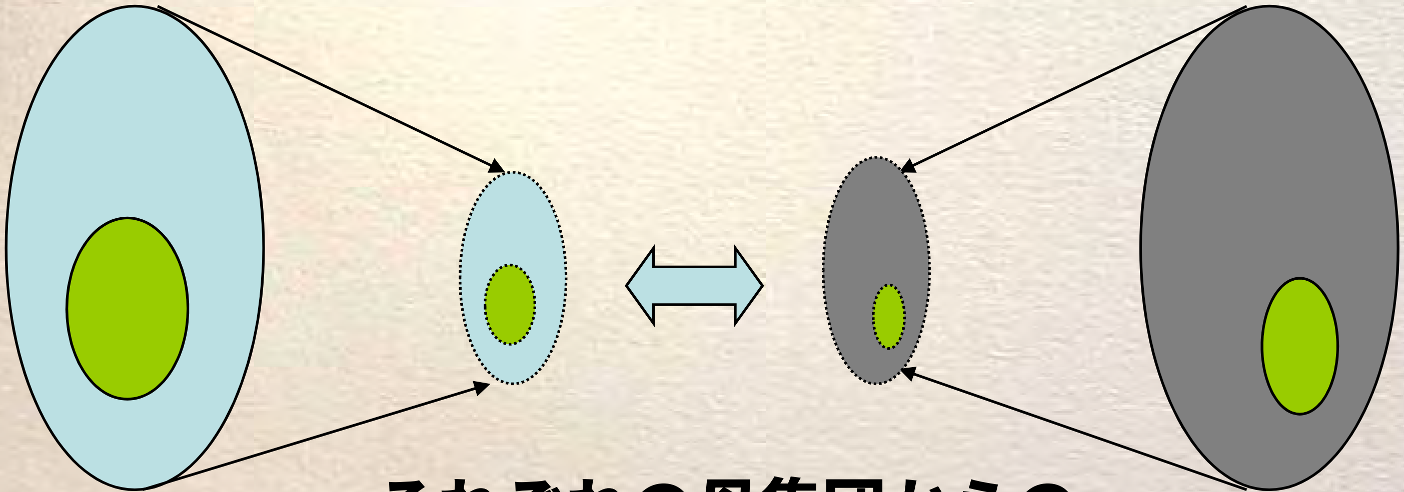
例：イギリスのBookmaker

Japan to win 2006 World Cup : 150 to 1

：雨が降るか？　even (1 to 1) [五分五分]

比較研究

- 2群比較を例に…



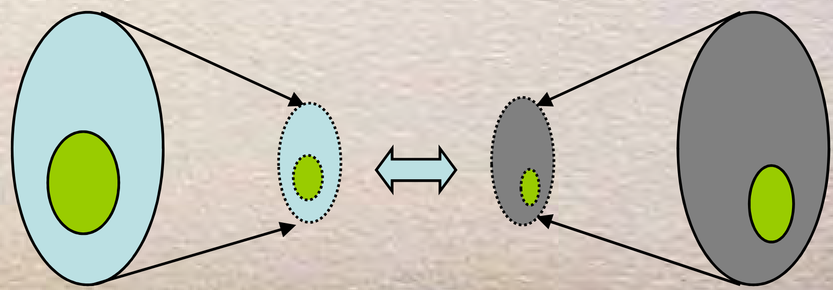
それぞれの母集団からの
無作為標本を比較

p_A と p_B を比較

2×2分割表にまとめると

a	b	$a+b$
c	d	$c+d$

p_A と p_B を比較



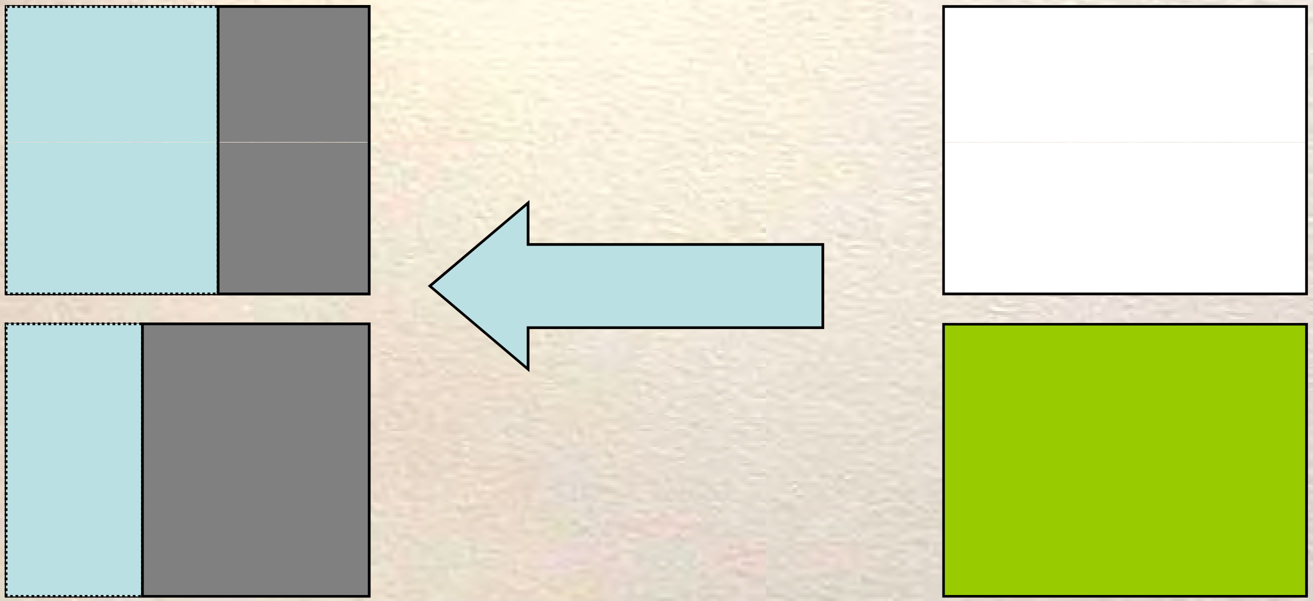
事例(1)

Cohort Study	Tumor		Total
	developed	not developed	
exposed	52	2820	2872
not exposed	6	5043	5049

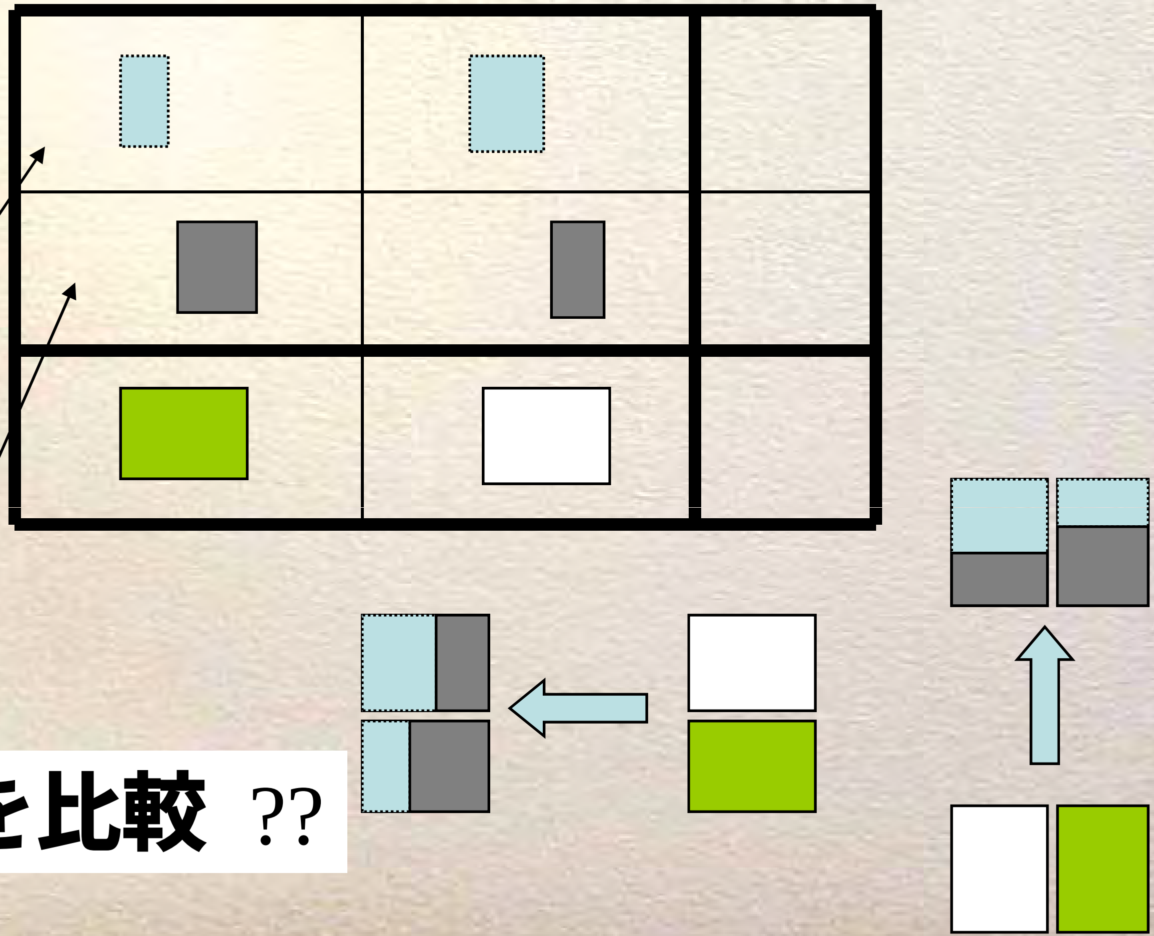
- 発生率：p_A=0.01811,　p_A=0.01811
- 相対リスクの推定値：15.236
- 相対リスクの95%信頼区間：[9.91, 23.43]

後ろ向き研究

- 2種類の結果の人を集めて…



２×２分割表にまとめると



p_A と p_B を比較 ??

オッズ比の必要性

a	b	$a+b$
c	d	$c+d$

コホート研究の場合

a	b	$(a+b)$
c	d	$(c+d)$
$a+c$	$b+d$	

Case-Control研究の場合

右の表の場合、$a/(a+b)$や$c/(c+d)$自体は意味がない
よって、相対リスク自体の推定ができない

オッズ比のマジック

a	b	$a+b$
c	d	$c+d$

a	b	$(a+b)$
c	d	$(c+d)$
$a+c$	$b+d$	

研究の方向(標本の取り方)が違っていても、
オッズ比は同じ！！！

オッズ比のマジック

p_1	$1-p_1$	1
p_2	$1-p_2$	1

$$\frac{p_1(1-p_2)}{(1-p_1)p_2}$$

オッズ比のマジック

80	120	200
10	90	100

80	120	
10	90	
90	210	

0.4	0.6	1
0.1	0.9	1

8/9	4/7	
1/9	3/7	
1	1	

オッズ比は両方とも　6

オッズ比と比率の比較

- p_1とp_2の比較 $$\frac{p_1}{p_2}$$
- オッズ比 $$\frac{p_1(1-p_2)}{(1-p_1)p_2}$$

p_1 と p_2が0に近ければ、上記の2つの量は、似た値になる

事例(2)

Case Control Study

	Tumor	
	developed	not developed
exposed	66	14
not exposed	27	15
Total	93	29

- オッズ比の推定値：　2.62
- オッズ比の95%信頼区間：　[1.69, 4.05]

他の要因を考慮した効果の測定

- マンテル・ヘンテェル推定量
  - 他の要因で層別しても、オッズ比は共通であるという仮定の下で、共通オッズ比を推定
- ロジスティック回帰分析
  - 複数の要因の効果を調整する方法。回帰分析に似た分析手法

マンテル・ヘンツェル推定[redacted]

- 共通オッズ比の推定

年齢=30以下

a_1	b_1	
c_1	d_1	

年齢=30-50

a_2	b_2	
	d_2	

…

年齢=70以上

a_p	b_p	
c_p	d_p	

$$\frac{\sum_{i=1}^{p} a_i \sum_{i=1}^{p} d_i}{\sum_{i=1}^{p} b_i \sum_{i=1}^{p} c_i}$$

ロジスティック回帰分析

- 目的は判別分析とほぼ同じ
- 正応答確率などを積極的に推定したい場合などに便利 (確率の算出において、説明変数の分布の仮定が不必要)
- 正応答確率に対する (線形) モデル

ロジスティック回帰分析

$$p(Y=1)=\frac{\exp(\beta_0+\beta_1 x_1+\cdots+\beta_p x_p)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1 x_1+\cdots+\beta_p x_p)}$$

$$\log\frac{p(Y=1)}{1-p(Y=1)}=\beta_0+\beta_1 x_1+\cdots+\beta_p x_p$$

回帰係数の推定には、最尤推定法(MLE)が用いられる

ロジスティック回帰分析

- モデルの適合度の比較
  - 尤度比検定
- 回帰係数の検定やチェック
  - Wald 検定 (t 検定と同じようなもの)
    - 漸近的な性質を利用
  - オッズ比に直して解釈することもある (exp(β))

掲載されている著作物の著作権については，制作した当事者に帰属します．

著作者の許可なく営利・非営利・イントラネットを問わず，本著作物の複製・転用・販売等を禁止します．

所属および役職等は，公開当時のものです．

■公開資料ページ
弊社ウェブページで各種資料をご覧いただけます　http://www.i-juse.co.jp/statistics/jirei/

■お問い合わせ先
(株)日科技研 数理事業部 パッケージサポート係　http:/www.i-juse.co.jp/statistics/support/contact.html